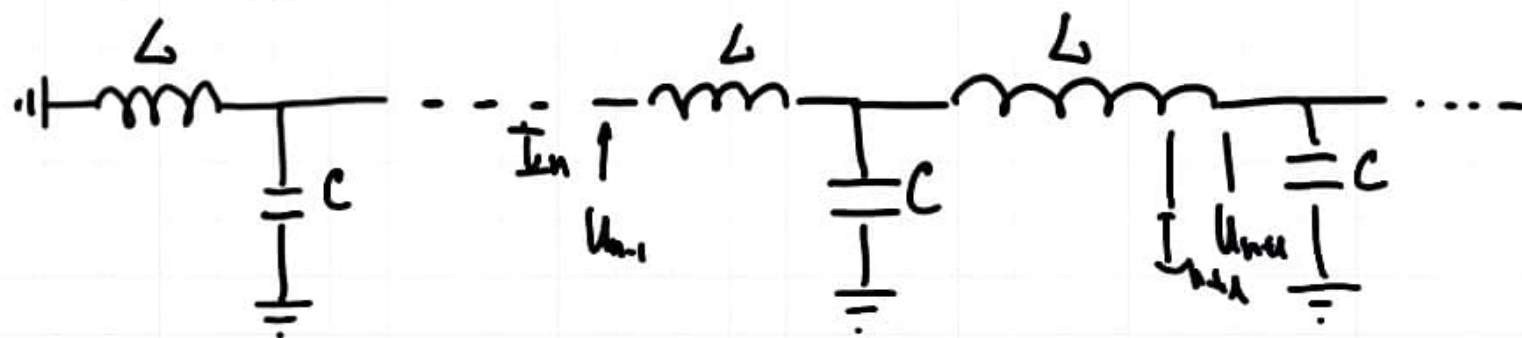


§ 6.8 а)



Закон Кирхгофа для n -о и $n+1$ звена

$$\begin{cases} U_n = (Z_L + Z_C) I_n - Z_C I_{n+1} \\ U_{n+1} = Z_C I_n - (Z_L + Z_C) I_{n+1} \end{cases}$$

$$Z_L = j\omega L \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C}, \quad j^2 = -1.$$

В бесконечной цепи все звенья экв. равно-м
 Это значит, что отношение U_n и U_{n+1} не зависит
 от номера звена n . Так же от номера звена

не зависит отношение напряж-й и токов в соседн-х
 звеньях. $\Rightarrow$ Решение ур-я $\uparrow$ можно искать в виде

$$\begin{cases} U_n = A k^n \\ I_n = B k^n \end{cases} = \begin{cases} U = e^{\gamma n} \\ I = e^{\gamma n} \end{cases} = \begin{cases} U_n = A e^{\gamma n} \\ I_n = B e^{\gamma n} \end{cases}$$

Подставляем эти выражения в верхнюю систему

получим:

$$\begin{cases} A + (k Z_c - Z_L - Z_c) B = 0 \\ kA + (k Z_L + k Z_c - Z_c) B = 0 \end{cases}$$

Эта система имеет нетривиальное решение

$$\text{если: } \begin{vmatrix} 1 & k Z_c - Z_L - Z_c \\ k & k Z_L + k Z_c - Z_c \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

получим:

$$(k, \frac{1}{k}) = \operatorname{ch} \gamma = 1 + \frac{Z_L}{Z_c} = 1 - \omega^2 LC$$

$$\text{Если } \omega < \omega_0, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{из } \operatorname{ch} \gamma = 1 - \omega^2 LC \Rightarrow \gamma \text{ чисто мнимое}$$

$$\gamma = j \cdot \hat{k}$$

$$\sin \hat{k} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\text{или } \omega = \omega_0 \cdot \sin \hat{k} - \text{дисперсия}$$

$$u_n = A_1 e^{j(\omega t - \hat{k} n)} + A_2 e^{j(\omega t - \hat{k} h)}$$

Если $\omega > \omega_0$

γ - комплексное число $\operatorname{Re} \gamma \neq 0$

$$\exists \gamma = \alpha + j\pi \quad \text{или} \quad \gamma = -\alpha - j\pi \Rightarrow$$

$$u_n(t) = (-1)^n (A_1 e^{j\omega t - \alpha n} + A_2 e^{j\omega t + \alpha n})$$

↖
Падущие
волны

↘
Растущие
волны

Из-за знака говорит, что в соседних звеньях
колебания происходят в противофазе
